

Cómo calcular las posiciones planetarias

0.- Prefacio

A continuación analizaremos una descripción de cómo calcular las posiciones del Sol, la Luna y los planetas mayores, así como también de los cometas y planetas menores.

Los algoritmos se han simplificado al máximo y se ha mantenido su exactitud. La precisión de las posiciones calculadas son una fracción de un minuto de arco para el caso del Sol y de los planetas Interiores; alrededor de un minuto de arco para los planetas exteriores y de 1 a 2 minutos de arco para la Luna. Si nuestro nivel de exigencia en la exactitud es menor, se puede simplificar más aún, como por ejemplo si ignoramos la diferencia entre las posiciones verdaderas y aparentes.

Las posiciones calculadas más abajo, corresponden al “equinoccio de día” el que es adecuado para calcular los tiempos de salida y puesta, pero no para trazar la posición en una etapa estelar en una época determinada. En este caso se debe aplicar la corrección por precesión, la que es aplicada de manera más simple como una rotación a lo largo de la eclíptica.

Estos algoritmos los desarrollé a fines de 1979, basado en los apuntes de T. Van Flandern's y K. Pulkkinen's “ Fórmulas de Baja precisión para las posiciones planetarias”, publicados posteriormente en “Astrophysical Journal Supplement Series” en 1980. Ésta es, básicamente una versión más simple de esos algoritmos, que mantienen una razonable exactitud. Estas fueron primero implementadas en una calculadora de bolsillo programable HP-41C y funcionaba con menos de 2 Kbytes de RAM! En estos días, por supuesto que podemos encontrar algoritmos más precisos que estos, así como también computadores con tecnología más avanzada. Sin embargo, estos algoritmos son, según mi punto de vista, la manera más simple de calcular las posiciones solares y lunares con una precisión de 1 a 2 minutos de arco.

1.- Introducción

Este texto describe como calcular las posiciones en el cielo, del Sol, la Luna y los planetas mayores. Las posiciones de otros cuerpos celestes (como cometas y asteroides) también se pueden calcular si sus elementos orbitales están disponibles.

2.- Unas pocas palabras sobre la exactitud.

Los requerimientos de la exactitud son modestos: una posición final con un error de no más de 1 a 2 minutos de arco (n minuto de arco = 1/60 grados). Esta precisión es, en un aspecto

VERSIÓN PARCIAL PRELIMINAR, SUJETA A MODIFICACIONES

bastante óptimo: la exactitud más alta que se puede lograr, y aún siendo así se puede continuar con las simplificaciones.

Las simplificaciones hechas aquí son:

- 1.- Se ignoraron la nutación y la aberración.
- 2.- Se ignoró la aberración planetaria (es decir, tiempo que demora la luz en viajar de un extremo a otro).
- 3.- Se ignoró la diferencia que existe entre Tiempo Terrestre/ Tiempo de Efemérides (TT/TE) y el Tiempo Universal (TU).
- 4.- La precesión se calculó de una manera más simple, mediante una sencilla adición a la longitud eclíptica.
- 5.- Se ignoraron los términos de orden superiores en los elementos planetarios orbitales. Esto dará un error adicional sobre 2 minutos de arco en 1000 años desde ahora. Para la Luna, el error será mayor: 7 minutos de arco en 1000 años desde ahora. Este error crecerá al doble desde ahora.
- 6.- Se ignoraron la mayoría de las perturbaciones planetarias. Sólo se incluyeron las perturbaciones mayores de la Luna, Júpiter, Saturno y Urano. Si se aceptan niveles de precisión más bajos, estas perturbaciones pueden ser ignoradas también.
- 7.- La más grande perturbación de Urano- Neptuno se explica con los elementos orbitales de estos planetas. Por esta razón, los elementos orbitales de estos planetas son menos exactos, especialmente en la distancia pasada y en la futura.

3.- El tiempo a Escala

El tiempo a escala en estas fórmulas es contado en días. Las horas, minutos y segundos son expresados como fracciones del día. El día 0.0 ocurre en Enero 2000 a las 0.0 TU (o el 31 de Diciembre 1999 a las 0.00 TU). Este “número de día” d se calcula como sigue a continuación (a=año, m=mes, F=fecha, TU=TU en horas +decimales):

$$d = 367 * a - 7 * (a + (m+9) / 12) / 4 + 275 * m / 9 + F - 730530$$

Note que TODAS las divisiones son INTEGRALES. En el sistema Pascal se usa “div” en vez de “/”, en el MS – Basic se usa “\” en vez de “/”. En el sistema Fortran, se puede utilizar C y C++ “/” si tanto “a” como “m” son números enteros. Finalmente, se incluye la hora del día sumando:

$$d = d + TU / 24.0 \text{ (esta es una división fluctuante)}$$

4.- Los Elementos Orbitales

Los elementos orbitales primarios mencionados aquí son:

N = Longitud del nodo ascendente

i = inclinación de la eclíptica (plano de la órbita terrestre)

VERSIÓN PARCIAL PRELIMINAR, SUJETA A MODIFICACIONES

w = razones de perihelio

a = Semieje Mayor o distancia media desde el Sol.

e = Eccentricidad (0= círculo, 0-1= elipsis, 1= parábola)

M= Anomalía Media (0 en el perihelio; aumenta uniformemente con el tiempo)

Relacionados con los elementos orbitales son:

w1 = N+w = Longitud del perihelio

L = M+ w1 = longitud Media

q = a* (1 - e)= Distancia del perihelio

Q = a* (1+ e) = Distancia del Afelio

P = a ^ 1.5 = Periodo Orbital (años si “a” es una UA, Unidad Astronómica)

T = Epoca _ de _M- (M (deg) / 360 _ deg)/ P = Tiempo de Perihelio.

v = Anomalía Verdadera (ángulo entre la posición y el perihelio)

E = Anomalía Eccéntrica.

Una Unidad Astronómica (UA) es la distancia media al Sol, o 149.6 Millones de kilómetros. Cuando un planeta se encuentra lo más cerca del Sol, está en su perihelio y cuando se encuentra en su punto más distante está en su afelio. Para la Luna, un satélite artificial o cualquier otro cuerpo que orbite la Tierra se habla de perigeo y apogeo cuando se refiere a los puntos en la órbita más cercano o lejano de la Tierra.

Para describir la posición en la órbita, usamos tres ángulos, Anomalía Media, Anomalía Verdadera y Anomalía Eccéntrica. Todas éstas están en cero cuando el planeta está en perihelio:

Anomalía Media (M): Este ángulo aumenta uniformemente durante el tiempo, unos 360 grados por período orbital. Es cero en el perihelio. Se calcula de una manera más fácil desde el período orbital y el último perihelio.

Anomalía Verdadera (v): Este es el ángulo real entre el planeta y el perihelio, visto desde el cuerpo central (en este caso el Sol). Este no aumenta uniformemente con el tiempo y cambia rápidamente al perihelio.

Anomalía Eccéntrica (E): Este es un ángulo auxiliar usado en la Ecuación de Kepler, cuando se calcula la Anomalía Verdadera de la Anomalía Media y la órbita eccéntrica. Tenga en cuenta que para una órbita circular (Eccentricidad = 0), estos tres ángulos son todos iguales entre sí.

Otra cantidad que necesitaremos es la ecl, la oblicuidad de la eclíptica, es decir, la “inclinación” de los ejes de rotación (actualmente ca 23.4 grados y disminuye lentamente). Primero, calcule “d” del momento que necesite saber (sección 3). Luego, calcule la oblicuidad de la eclíptica:

$$ecl: 23.4393 - 3.563E * d$$

Ahora calcule los elementos orbitales de los planetas de su interés. Si desea la posición del Sol o la Luna, sólo necesita calcular los elementos orbitales de ellos, si desea la posición

VERSIÓN PARCIAL PRELIMINAR, SUJETA A MODIFICACIONES

para otro planeta, debe calcular los elementos orbitales de ese planeta y del Sol (por supuesto que los elementos orbitales del Sol son los elementos orbitales de la Tierra). Esto es necesario para poder calcular la posición geocéntrica del planeta.

Cuando se calcula M (y para la Luna cuando se calcula N y W), se puede obtener un resultado mayor a 360 grados, o negativo (todos los ángulos son calculados en grados). Si es negativo agregue 360 hasta el positivo, si es mayor a 360 grados, reste 360 grados hasta que el valor sea menos que 360 grados. Tenga presente que en la mayoría de los programas se debe multiplicar estos ángulos por $\pi/180$ para convertirlos a radio antes de tener el seno u coseno de ellos.

Elementos Orbitales del Sol:

$$\begin{aligned}N &= 0.0 \\i &= 0.0 \\w &= 282.9404 + 4.70935E - 5 * d \\a &= 1.000000 \text{ UA} \\e &= 0.016709 - 1.151E - 9 * d \\M &= 356.0470 + 0.9856002585 * d\end{aligned}$$

Elementos Orbitales de la Luna:

$$\begin{aligned}N &= 125.1228 - 0.0529538083 * d \\i &= 5.1454 \\w &= 318.0634 + 0.1643573223 * d \\a &= 60.2666 \text{ (radio terrestre)} \\e &= 0.054900 \\M &= 115.3654 + 13.0649929509 * d\end{aligned}$$

Elementos Orbitales de Mercurio:

$$\begin{aligned}N &= 48.3313 + 3.24587E * d \\i &= 7.0047 + 5.00E - 8 * d \\w &= 29.1241 + 1.01444E - 5 * d \\a &= 0.387095 \text{ (UA)} \\e &= 0.205635 + 5.59E - 10 * d \\M &= 168.6562 + 4.0923344368 * d\end{aligned}$$

Elementos Orbitales de Venus:

$$\begin{aligned}N &= 76.6799 + 2.46590E - 5 * d \\i &= 3.3946 + 2.75E - 8 * d \\w &= 54.8910 + 1.38374E - 5 * d \\a &= 0.723330 \text{ (UA)} \\e &= 0.006773 - 1.302E - 9 * d \\M &= 48.0052 + 1.6021302244 * d\end{aligned}$$

VERSIÓN PARCIAL PRELIMINAR, SUJETA A MODIFICACIONES

Elementos Orbitales de Marte:

$$\begin{aligned}N &= 49.5574 + 2.11081E - 5 * d \\i &= 1.8497 - 1.78E - 8 * d \\w &= 286.5016 + 2.92961E - 5 * d \\a &= 1.523688 \text{ (UA)} \\e &= 0.093405 + 2.516 E - 9 * d \\M &= 18.6021 + 0.5240207766 * d\end{aligned}$$

Elementos Orbitales de Júpiter:

$$\begin{aligned}N &= 100.4542 + 2.76854E - 5 * d \\i &= 1.3030 - 1.557E - 7 * d \\w &= 273.8777 + 1.64505E - 5 * d \\a &= 5.20256 \text{ (UA)} \\e &= 0.048498 + 4.469E - 9 * d \\M &= 19.8950 + 0.0830853001 * d\end{aligned}$$

Elemento Orbitales de Saturno:

$$\begin{aligned}N &= 113.6634 + 2.38980E - 5 * d \\i &= 2.4886 - 1.081E - 7 * d \\w &= 339.3939 + 2.97661E - 5 * d \\a &= 9.55475 \text{ (UA)} \\e &= 0.055546 - 9.499E - 9 * d \\M &= 316.9670 + 0.0334442282 * d\end{aligned}$$

Elementos Orbitales de Urano:

$$\begin{aligned}N &= 74.0005 + 1.3978E - 5 * d \\i &= 0.7733 + 1.9E - 8 * d \\w &= 96.6612 + 3.0565E - 5 * d \\a &= 19.18171 - 1.55E - 8 * d \text{ (UA)} \\e &= 0.047318 + 7.45E - 9 * d \\M &= 142.5905 + 0.011725806 * d\end{aligned}$$

Elementos Orbitales de Neptuno:

$$\begin{aligned}N &= 131.7806 + 3.0173E - 5 * d \\i &= 1.7700 - 2.55E - 7 * d \\w &= 272.8461 - 6.027E - 6 * d \\a &= 30.05826 + 3.313E - 8 * d \text{ (UA)} \\e &= 0.008606 + 2.15E - 9 * d \\M &= 260.2471 + 0.005995147 * d\end{aligned}$$

Tenga en cuenta que los elementos orbitales de Urano y Neptuno están mencionados aquí con menos precisión. Incluyen un largo periodo de perturbación entre ellos. El periodo de la perturbación es cerca de 4200 años. Por lo tanto, no se debería esperar que estos elementos dieran resultados más precisos que unos pocos siglos en el pasado y en el futuro.

5.- La posición del Sol

La posición del Sol se calcula de la misma manera que la de cualquier planeta, pero se pueden hacer pocas simplificaciones debido a que el Sol siempre se mueve en la eclíptica y además porque la excentricidad de la órbita es bastante pequeña. Son por estas razones que el Sol se aborda de manera separada.

Por supuesto que estamos calculando la posición de la Tierra en su órbita alrededor del Sol, pero como vemos el cielo desde la perspectiva de la Tierra, simulamos que el es el Sol el que orbita la Tierra.

Primero calcule la anomalía excéntrica E de la anomalía media M y de excentricidad e (E y M en grados):

$$E = M + e * (180 / \pi) * \sin(M) * (1.0 + e * \cos(M))$$

o (si E y M se expresan en radianes) :

$$E = M + e * \sin(M) * (1.0 + e * \cos(M))$$

Note que las fórmulas para calcular E no son exactas, sin embargo son lo suficientemente precisas.

Calcule la distancia del Sol r y su anomalía verdadera v de la siguiente forma:

$$xv = r * \cos(v) = \cos(E) - e$$
$$yv = r * \sin(v) = \sqrt{1.0 - e * e} * \sin(E)$$

$$v = \text{atan2}(yv, xv)$$
$$r = \sqrt{xv * xv + yv * yv}$$

(Note que el calculo de r es usado más adelante como rs)

atan2 es una función que convierte una par de coordenadas x,y en un ángulo correcto en los cuatro cuadrantes. Está disponible como una función en Fortran, C y C++. En otros lenguajes, hay que escribir función atan2() propia. No es tan difícil:

$$\text{atan2}(y, x) = \text{atan}(y/x) \quad \text{si } x \text{ es positiva}$$

$$\text{atan2}(y, x) = \text{atan}(y/x) \pm 180 \text{ grados si } x \text{ es negativa}$$

$$\text{atan2}(y, x) = \text{sign}(y) * 90 \text{ grados si } x \text{ es cero}$$

Ahora, calcule la longitud verdadera del Sol:

$$L_{\text{onsun}} = v + w$$

Convierta l_{onsun} , r a una eclíptica rectangular geocéntrica de coordenadas x_s , y_s :

$$x_s = r * \cos(l_{\text{onsun}})$$

$$y_s = r * \sin(l_{\text{onsun}})$$

(Debido a que el Sol siempre está en el plano eclíptico, z_s por supuesto que es cero). x_s , y_s es la posición del Sol en un sistema coordenado en el plano de la eclíptica. Para convertir esto a ecuatorial, rectangular, coordenadas geocéntricas, calcule lo siguiente:

$$x_e = x_s$$

$$y_e = y_s * \cos(\text{ecl})$$

$$z_e = y_s * \sin(\text{ecl})$$

Finalmente, calcule la Ascensión Recta del Sol (RA) y la Declinación (DEC):

$$RA = \text{atan2}(y_e, x_e)$$

$$Dec = \text{atan2}(z_e, \sqrt{x_e^2 + y_e^2})$$

6.- La posición de la Luna y los Planetas

Primero calcule la anomalía excéntrica, E , de M la anomalía media y e de la excentricidad. Como una primera aproximación, haga lo siguiente (E y M en grados):

$$E = M + e * (180/\pi) * \sin(M) * (1.0 + e * \cos(M)) \text{ ó si } E \text{ y } M \text{ están en radianes:}$$

$$E = M + e * \sin(M) * (1.0 + e * \cos(M))$$

Si e , la excentricidad, es menor a 0.05-0.06, esta aproximación es lo suficientemente exacta. Si la excentricidad es mayor, establezca $E_0 = E$ y luego use esta fórmula (E y M en grados):

$$E_1 = E_0 - (E_0 - e * (180/\pi) * \sin(E_0 - M) / (1 - e * \cos(E_0)))$$

ó (E y M en radianes) :

$$E_1 = E_0 - (E_0 - e * \sin(E_0 - M) / (1 - e * \cos(E_0)))$$

Para cada caso, reemplace E_0 por E_1 . Estos están suficientemente juntos (cerca de 0.001 grados). Para las órbitas de los cometas con excentricidades cercanas a uno se necesita una diferencia de menos $1E - 4$ ó $1E - 5$ grados.

Si esta fórmula no convergiera, es probable que la excentricidad esté demasiado cercana a uno, por lo que es recomendable que use las fórmulas para la parabólicas cercanas u órbitas parabólicas.

Ahora calcule la distancia del planeta y la anomalía verdadera:

$$xv = r * \cos (v) = a * (\cos (E) - e)$$

$$yv = r * \sin (v) = a * (\sqrt{1.0 - e * e}) * \sin (E)$$

$$v = \text{atan2} (yv, xv)$$

$$r = \sqrt{xv * xv + yv * yv}$$

7.- La posición en el Espacio

Para calcular la posición planetaria en el espacio de 3 dimensiones:

$$xh = r * (\cos (N) * \cos (v + w) - \sin (N) * \sin (v + w) * \cos (i))$$

$$yh = r * (\sin (N) * \cos (v + w) + \cos (N) * \sin (v + w) * \cos (i))$$

$$zh = r * (\sin (v + w) * \sin (i))$$

Para la Luna, esta es la posición geocéntrica (centrada en la Tierra) en el sistema de coordenadas eclípticas. Para los planetas, esta es la posición heliocéntrica (centrada en el Sol), en el mismo sistema anterior. Si lo desea, puede calcular la longitud y latitud eclíptica (esto se debe hacer si desea corregir las perturbaciones o si desea preceser la posición a una época estándar):

$$\text{lonecl} = \text{atan2} (yh, xh)$$

$$\text{latecl} = \text{atan2} (zh, \sqrt{xh * xh + yh * yh})$$

A modo de chequeo se puede calcular $\sqrt{xh * xh + yh * yh + zh * zh}$, el que por supuesto será igual a r (excepto por pequeños errores).

8.- Precesión

Si desea calcular las posiciones planetarias para una época estándar, como 1950.0 o 2000.0 (es decir ser capaz de juntar todas las posiciones en un mapa estelar), se debe añadir la corrección en lonecl. Si se calcula la posición de un planeta en vez que la de la Luna, se

VERSIÓN PARCIAL PRELIMINAR, SUJETA A MODIFICACIONES

debe agregar también la misma corrección a lonsun, la longitud del Sol. La época deseada se expresa como el año, posiblemente con una fracción.

$$\text{lon_corr} = 3.82394E - 5 * (365.2422 * (\text{época} - 2000.0) - d)$$

Si desea la posición de hoy (útil cuando se calcula los tiempos de puesta y ascenso), no se necesita hacer correcciones.

9.- Perturbaciones de la Luna.

Si se calcula la posición de la Luna y desea una precisión mayor a 2 grados, se deben tener en cuenta las más importantes perturbaciones. Si desea 2 minutos de arco de exactitud, se deben tomar en cuenta los siguientes términos. Si necesita menos exactitud se deben omitir los términos más pequeños.

Primero calcule:

Ms , Mm	Anomalía Media del Sol y la Luna.
Nm	Longitud del nodo de la Luna.
ws, wm	Argumento del perihelio del Sol y la Luna
Ls = Ms + ws	Longitud media del Sol (Ns = 0)
Lm = Mm + wm + Nm	Longitud Media de la Luna
D = Lm - Ls	Elongación Media de la Luna
F = Lm - Nm	Argumento de latitud para la Luna.

Agregue estos términos a la longitud de la Luna (grados):

-1.274 * sin (Mm - 2*D)	(la Evección)
+0.658 * sin (2 * D)	(La Variación)
-0.186 * sin (Ms)	(La ecuación anual)
-0.059 * sin (2 Mm - 2 * D)	
-0.057 * sin (Mm - 2*D + Ms)	
+0.053 * sin (Mm + 2* D)	
+0.046 * sin (2*D - Ms)	
+0.041 * sin (Mn - Ms)	
-0.035 * sin (D)	(La ecuación paraláctica)
-0.031 * sin (Mm + Ms)	
-0.015 * sin (2 * F - 2 * D)	
+0.011 * sin (Mm - 4*D)	

Agregue estos términos a la latitud de la Luna (Grados):

-0.173* sin (F - 2*D)
-0.055 * sin (Mm - F - 2 * D)
-0.046 * sin (Mm + F - 2*D)

$$\begin{aligned} & -0.033 * \sin (F + 2 * D) \\ & + 0.017 * \sin (2 * Mm + F) \end{aligned}$$

Agregue estos términos a la distancia de la Luna (Radio Terrestre)

$$\begin{aligned} & -0.58 * \cos (Mm - 2 * D) \\ & -0.46 * \cos (2 * D) \end{aligned}$$

Se han omitido todas las perturbaciones que son menores de 0.01 grados de longitud o latitud y más pequeños que 0.1 que el radio terrestre de distancia. ¡Unas pocas de la mayoría de las perturbaciones incluso tienen sus propios nombres! La Evection (la perturbación más grande) fue descubierta por Tolomeo hace unos pocos miles de años (la Evection fue uno de los epiciclos de Tolomeo). La Variación y la ecuación Anual fueron descubiertas por Tycho Brahe en el siglo XVI.

Los cálculos se pueden simplificar omitiendo las perturbaciones más pequeñas. El error producido en este caso, rara vez supera la suma de las amplitudes de 4 –5 de las omisiones más extensas. Si sólo se calcula las tres perturbaciones más extensas en longitud y la más extensa en latitud, el error en longitud es muy poco probable que sea mayor a 0.25 grados y 0.15 grados en latitud.

10.- Perturbaciones de Júpiter, Saturno y Urano.

Los únicos planetas que tienen perturbaciones mayores que 0.01 grados son Júpiter, Saturno y Urano. Primero calcule:

Mj Anomalía Media de Júpiter
Ms Anomalía Media de Saturno
Mu Anomalía Media de Urano (necesaria sólo para Urano)

Perturbaciones para Júpiter. Agregue estos términos a la longitud:

$$\begin{aligned} & -0.332 * \sin (2 * Mj - 5 * Ms - 67.6 \text{ grados}) \\ & -0.056 * \sin (2 * Mj - 2 * Ms + 21 \text{ grados}) \\ & +0.042 * \sin (3 * Mj - 5 * Ms + 21 \text{ grados}) \\ & -0.036 * \sin (Mj - 2 * Ms) \\ & + 0.022 * \cos (Mj - Ms) \\ & +0.023 * \sin (2 * Mj - 3 * Ms + 52 \text{ grados}) \\ & -0.016 * \sin (Mj - 5 * Ms - 69 \text{ grados}) \end{aligned}$$

Perturbaciones para Saturno. Agregue estos términos a la longitud:

$$\begin{aligned} & +0.812 * \sin (2 * Mj - 5 * Ms - 67.6 \text{ grados}) \\ & -0.229 * \cos (2 * Mj - 4 * Ms - 2 \text{ grados}) \\ & +0.119 * \sin (Mj - 2 * Ms - 3 \text{ grados}) \\ & +0.046 * \sin (2 * Mj - 6 * Ms - 69 \text{ grados}) \end{aligned}$$

VERSIÓN PARCIAL PRELIMINAR, SUJETA A MODIFICACIONES

$$+0.014 * \sin (Mj - 3 * Ms + 32 \text{ grados})$$

Para Saturno: también agregue estos términos a la latitud:

$$\begin{aligned} &-0.020 * \cos (2 * Mj - 4 * Ms - 2 \text{ grados}) \\ &+0.018 * \sin (2 * Mj - 6 * Ms - 49 \text{ grados}) \end{aligned}$$

Perturbaciones para Urano. Agregue estos términos a la longitud:

$$\begin{aligned} &+0.040 * \sin (Ms - 2 * Mu + 6 \text{ grados}) \\ &+0.035 * \sin (Ms - 3 * Mu + 33 \text{ grados}) \\ &-0.015 * \sin (Mj - Mu + 20 \text{ grados}) \end{aligned}$$

La “ Condición más grandes de Júpiter – Saturno” es la perturbación más extensa de ambos planetas. Su período es de 918 años y su amplitud es de 0.332 grados para Júpiter y de 0.812 grados para Saturno. Existe sólo una “gran condición para Saturno – Urano”, de un período de 560 años, con una amplitud de 0.035 grados para Urano, menos de 0.01 grados para Saturno (por lo tanto se omitió). La otra perturbación tiene períodos entre 14 y 100 años. Se puede mencionar también la “gran condición de Urano – Neptuno), que tiene un período de 4220 años y una amplitud de alrededor de un grado. No está incluido aquí, pero lo está en los elementos orbitales de Urano y Neptuno.

Para Mercurio, Venus y Marte, podemos ignorar todas las perturbaciones. En Neptuno, la única perturbación importante ya está incluida en los elementos orbitales mencionados anteriormente.

11.- Coordenadas Geocéntricas (La Tierra como Centro)

Hemos calculado la coordenada heliocéntrica del planeta (centro Sol) e incluimos las perturbaciones más importantes. Queremos calcular la posición geocéntrica (centro Tierra). Convertiremos la perturbación lonucl, latecl y r a xh, yh, zh:

$$\begin{aligned} xh &= r * \cos (lonecl) * \cos (latecl) \\ yh &= r * \sin (lonecl) * \cos (latecl) \\ zh &= r * \sin (lonecl) * \sin (latecl) \end{aligned}$$

Si calculamos la posición de la Luna, ésta ya es la posición geocéntrica y simplificamos de la siguiente forma $xg=xh$, $yg=yh$, $zg=zh$. De otra forma debemos calcular la posición del Sol: convirtamos lonsun, rs (donde rs es la r calculada aquí) xs, ys:

$$\begin{aligned} xs &= rs * \cos (lonsun) \\ ys &= rs * \sin (lonsun) \end{aligned}$$

(Por supuesto, cualquier corrección para la precesión se debe agregar a lonecl y lonsun antes de convertir a xh, yh, zh y xs, ys).

Ahora convirtamos de una posición heliocéntrica a una geocéntrica:

$$x_g = x_h + x_s$$

$$y_g = y_h + y_s$$

$$z_g = z_h$$

Ahora tenemos la posición geocéntrica de los planetas en coordenadas rectangulares y elípticas.

12.- Coordenadas Ecuatoriales

Convirtamos nuestras coordenadas rectangulares eclípticas a coordenadas rectangulares ecuatoriales: Rotar el plano $y - z$ por ecl , el ángulo de la oblicuidad de la eclíptica:

$$x_e = x_g$$

$$y_e = y_g * \cos(ecl) - z_g * \sin(ecl)$$

$$z_e = y_g * \sin(ecl) + z_g * \cos(ecl)$$

Finalmente, calcular las Ascensión Recta (RA) y Declinación (Dec) del planeta:

$$RA = \text{atan2}(y_e, x_e)$$

$$Dec = \text{atan2}(z_e, \sqrt{x_e * x_e + y_e * y_e})$$

Calcule la distancia geocéntrica:

$$r_g = \sqrt{x_g * x_g + y_g * y_g + z_g * z_g} = \sqrt{x_e * x_e + y_e * y_e + z_e * z_e}$$

13.- Posición Topocéntrica de la Luna

La posición de la Luna, como se calculó anteriormente, es geocéntrica, vista por un observador imaginario en el centro de la Tierra. Sin embargo, los observadores reales que habitan sobre la superficie terrestre verán una posición diferente, la posición topocéntrica. Esta posición puede diferir por más de un grado de la posición geocéntrica. Para calcular las posiciones topocéntricas, debemos agregar una corrección a la posición geocéntrica.

Comencemos por calcular el paralaje de la Luna, el tamaño aparente del radio de la tierra (ecuador) visto desde la Luna:

$$m_{par} = \text{asin}(1 / r)$$

donde r es la distancia de la Luna en el radio de la Tierra. Lo más simple es aplicar la corrección en coordenadas horizontales (acimut y altitud) : dentro de nuestro objetivo de exactitud de 1 – 2 minutos de arco, no se necesita aplicar una corrección en el acimut. Se necesita aplicar una corrección a la altitud sobre el horizonte:

$$\text{alt}_{topoc} = \text{alt}_{geoc} - m_{par} * \cos(\text{alt}_{geoc})$$

VERSIÓN PARCIAL PRELIMINAR, SUJETA A MODIFICACIONES

Algunas veces se necesita corregir la posición topocéntrica directamente en coordenadas ecuatoriales, por ejemplo si se desea trazar en un mapa estelar, cómo pasa la Luna frente a las Pléyades visto desde un punto específico. Luego necesitamos saber la Ascensión Recta y la Declinación geocéntrica de la Luna (RA, Decl) el Tiempo Sideral Local (LST) y nuestra latitud (lat).

Nuestra latitud astronómica (lat) se debe convertir a latitud geocéntrica (gclat) y distancia desde el centro de la Tierra (rho) en el radio ecuatorial. Si solamente queremos una posición topocéntrica aproximada, es más simple suponer que la Tierra es una esfera perfecta, y formulamos lo siguiente:

$$gclat = lat, \rho = 1.0$$

Sin embargo, si deseamos contar el aplanamiento de la Tierra, calculamos:

$$HA = LST - RA$$

donde LST es nuestro Tiempo Sideral Local, calculando lo siguiente:

$$LST = GMSR0 + UT + LON / 15$$

donde UT es el Tiempo Universal en horas, LON es la longitud geográfica del observador (longitud positiva este, negativa oeste). GMST0 es el Tiempo Sideral Medio de Greenwich a las 0h UT y es mucho más fácil calcular sumando o restando, 180 grados a Ls, la longitud Media del Sol y luego los grados en horas dividiendo por 15:

$$GMST0 = (Ls + 180 \text{ _ deg}) / 15$$

También necesitamos un ángulo auxiliar, g :

$$g = \text{atan}(\tan(gclat) / \cos(HA))$$

Ahora estamos listos para convertir la Ascensión Recta y Declinación (RA, Decl) geocéntrica a sus valores topocéntricos (topRA, topDecl):

$$\begin{aligned} \text{topRA} &= RA - mpar * \rho * \cos(gclat) * \sin(HA) / \cos(Decl) \\ \text{topDecl} &= Decl - mpar * \rho * \sin(gclat) * \sin(g - Decl) / \sin(g) \end{aligned}$$

(Tenga presente que si la decl es exactamente 90 segundos, cos(Decl) llega a cero y obtenemos una división por cero cuando calculamos topRA, pero esa fórmula se quiebra muy cerca de los polos celestes. También si gclat es precisamente cero, g llega a cero también y obtenemos una división por cero cuando calculamos topDecl. En ese caso, reemplazamos la fórmula por topDecl con $\text{topDecl} = Decl - mpar * \rho * \sin(-Decl) * \cos(HA)$ la cual es válida para gclat igual a cero; también se usa para gclat extremadamente cerca de cero).

VERSIÓN PARCIAL PRELIMINAR, SUJETA A MODIFICACIONES

Esta corrección a posición topocéntrica se puede aplicar también al Sol y sus planetas. Pero debido a que están más allá, la corrección llega a ser mucho más pequeño. Es más grande que Venus en una conjunción inferior, cuando el paralaje de Venus es de alguna manera mayor que 23 segundos de arco. Dentro de nuestro objetivo de obtener una exactitud final de 1 – 2 minutos de arco,

(Continuará...)

*Copyright (C) 2002 Paul Schlyter – Traducción al español de Claudia Cañete. Este material ha sido depositado en el dominio público. Usted lo puede redistribuir y/o modificar bajo los términos de la **Licencia de la R.Ch.A.** publicada por la **Red Chilena de Astronomía**, ya sea la versión 1 de la Licencia o (a su opción) cualquier versión posterior. Este material se provee con la esperanza de que es útil pero SIN GARANTÍAS, ni siquiera la garantía de ser un material apropiado para algún propósito particular. Vea la Licencia de la R.Ch.A. para más detalles. Usted debiera haber recibido una copia de la Licencia de la R.Ch.A. junto con este material, o bien este material debió haberse encontrado en un sitio donde dicha Licencia era fácilmente accesible; de otro modo, póngase en contacto con la Red Chilena de Astronomía y notifique la situación a las personas a cargo de la administración de la R.Ch.A. Asegúrese de incluir información sobre cómo contactarle por correo postal y correo electrónico.*